Série 4

Exercice 1

Soit $ABCD$ un parallélogramme.

1) Construire le point O tel que $\overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
2) Montrer que $h_{(O,3)}(A) = B$
3) Déterminer $h_{(O,3)}((AD))$
4) Soit E le point d'intersection de (OC) et (AD)
   a) Déterminer $h_{(O,3)}(E)$
   b) Montrer que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AE}$
5)
   a) Soit I le milieu de $[AB]$. Montrer que $t_{\overrightarrow{AB}}(O) = I$
   b) Soit M un point variable de la droite (OC), distinct de O et N, le point tel que $ABNM$ est un parallélogramme. Déterminer et construire l'ensemble des points N lorsque M varie.

Exercice 2

Soient O et O' deux points du plan tel que $OO' = 5$
$A = bary\left[(O',3)\ ;\ (O,2)\right]$, $\zeta(O,\ OA')$

1) Déterminer le rapport k de l'homothétie h de centre A tel que $h(O) = O'$
2)
   a) Soit $\zeta' = h_{\left(A,-\frac{2}{3}\right)}(\zeta)$. Déterminer et tracer ζ'.
   b) Montrer que ζ et ζ' sont tangentes.
3) Soit E un point de ζ distinct de A et $S_O(A)$. (AE) coupe ζ' en F
   a) Montrer que $h_{\left(A,-\frac{2}{3}\right)}(E) = F$. En déduire que $(OE) /\!/ (O'F)$
   b) Montrer que $\overrightarrow{OE} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{O'F}$
4) Soit D et K deux points tel que $D = S_O(E)$ et $K = S_{O'}(F)$
   a) Montrer que A, D et K sont alignés.
   b) On donne G et G' les centres de gravité des triangles ADE et AFK. Montrer que $h(G) = G'$
5) Soit B le point d'intersection de (DG) et (AE) et $C = h_{\left(A,-\frac{2}{3}\right)}(B)$. Montrer que

   $C = A * F$